## Hypothèse d'identité entre le fin et le grossier comme base de la statistique

On fonde volontiers la théorie cinétique des gaz sur l'hypothèse du désordre moléculaire[1] et la statistique physique (classique ou quantique) sur l'hypothèse de la quasi-ergodicité[2] ou sur celle de l'égalité des probabilités *a priori*[3]. La méthode des probabilités *a priori* convient en particulier à la statistique quantique; cependant, elle est, à notre avis, difficile à comprendre parce qu'on ne voit pas aisément sur quels faits d'ordre physique l'hypothèse qu'elle emploie repose, ni comment elle se rattache à une théorie antérieure.

C'est pourquoi il nous a semblé utile de fonder la statistique quantique (et par conséquent la statistique classique qui doit en découler) sur une nouvelle hypothèse admettant l'égalité «initiale» entre les probabilités dites grossières et les probabilités dites fines du groupe $G_l$ correspondant[4].

Si l'on accepte cette hypothèse, le développement rationnel (que MAXWELL avait déjà reconnu) de la statistique consiste non pas à traiter les cas d'équilibre statistique avant de considérer la tendance générale vers un équilibre (théorème $H$), mais à établir tout d'abord le théorème $H$ sur la base de cette hypothèse pour passer à l'examen des problèmes où la fonction $H$ de BOLTZMANN (définie au sens quantique) et par conséquent l'entropie sont devenues stationnaires.

En suivant cette méthode, dont la première phase se trouve résumée dans une autre publication[5], on voit que pour arriver à des formules de répartition détaillées (les trois formules habituelles correspondant aux statistiques de MAXWELL-BOLTZMANN et de BOSE-EINSTEIN et FERMI-DIRAC, ou encore celle de GENTILE), il faut indiquer la manière de construire les probabilités qui sont les éléments du calcul.

On procédera comme suit. Ayant démontré[1] le théorème $H$ au moyen de ladite hypothèse (qui se trouve, bien que succintement, précisée dans la Note précitée[2]), on imaginera qu'à une certaine époque prise comme temps $t = 0$ on mesure les probabilités *grossières* ou les grandeurs macroscopiques correspondantes mesurables au sens statistique. Ces probabilités, égalées alors aux probabilités *fines* au temps $t = 0$, serviront de *données initiales*, et comme $H$ est devenue stationnaire, probabilités fines et grossières resteront égales à des fluctuations près.

On démontre alors que l'ensemble canonique, qui suppose une définition implicite de la température, est un modèle convenable d'équilibre statistique; on sait que c'est le seul qu'on puisse adjoindre à l'un de ses semblables sans détruire l'équilibre à température égale. Avec l'ensemble canonique, on établit alors les formules des trois statistiques.

L'idée d'égaler, *au temps* $t = 0$, les probabilités grossières aux probabilités fines, nous a été suggérée par la mécanique rationnelle. On pourrait presque la regarder comme une application du principe de correspondance transposé sur le plan de la statistique. Elle correspond tout à fait au procédé de la mécanique newtonienne consistant à déterminer l'état d'un système mécanique au temps $t > 0$ à partir de conditions initiales.

Le détail de la méthode fera l'objet du dernier chapitre d'un ouvrage intitulé «Leçons et problèmes sur l'Equilibre statistique et l'Evolution de la Matière»[3].

ANDRÉ MERCIER

Séminaire de physique théorique de l'Université de Berne, le 25 mai 1945.

[1] Cf. p. ex. WEBER und GANS, Repertorium der Physik, I, 2 (Leipzig 1916), siebentes Buch.

[2] Id., achtes Buch. Cf. également SLATER and FRANK, Introd. to theoretical physics (New York 1933), § 220.

[3] Cf. p. ex. R. C. TOLMAN, Principles of statistical Mechanics (Oxford 1938).

[4] *Définition de la probabilité fine:* La probabilité quantique qu'a un système de se trouver dans l'état propre $\varphi_n$ d'une observable $A$ est égale au carré absolu $|\gamma_n|^2$ du cœfficient $\gamma_n$ apparaissant dans le développement

$$\psi = \sum_n \gamma_n(t)\, \varphi_n$$

de la fonction d'état $\psi$ solution de l'équation de SCHRÖDINGER du système.

Lorsqu'on a affaire à un ensemble d'éléments identiques innombrables, on définit, d'après v. NEUMANN, la moyenne arithmétique $\varrho_n$ des $|\gamma_n|^2$ calculée sur tous les éléments:

$$\varrho_n \underset{\text{Déf.}}{=} \frac{1}{\lambda} \sum_{\nu=1}^{\lambda} |\gamma_n^\nu|^2,$$

$\lambda$ étant le «nombre» (très grand) des éléments en question. $\varrho_n$ porte le nom de *probabilité fine* du n.ième état.

*Rôle de la statistique:* pour les mêmes raisons que celles qui exigent l'emploi d'une théorie statistique, on n'est pas en mesure de distinguer des états très rapprochés les uns des autres. On imagine alors les états classés par groupes qui les contiennent en nombres $G_1, \ldots G_l, \ldots$ de manière telle que l'état moyen de l'un des groupes puisse être distingué de l'état moyen de n'importe quel autre groupe. Si les nombres des états répartis par groupes sont réduits jusqu'à ce que la distinction soit tout juste encore possible, on est à la limite inférieure des observations possibles d'une physique macrocosmique.

*Définition de la probabilité grossière:* A chaque état du groupe $G_l$ correspond une probabilité fine $\varrho_n$. Si l'on connaissait tous les $\varrho_n$ et les groupes $G_l$, on pourrait calculer la grandeur $P_l$ suivante:

$$P_l \underset{\text{Déf.}}{=} \frac{1}{G_l} \sum_{i=G_1+G_2+\ldots+G_{l-1}}^{G_1+G_2+\ldots+G_l} \varrho_n .$$

Cette grandeur $P_l$, qui est une fonction du temps $P_l(t)$, s'appelle *probabilité grossière*.

[5] Mitt. der Naturforsch. Gesellsch. Bern, Neue Folge, 2. Bd. (1945), Sitzungsberichte der math. Vereinigung, p. XXXVII.

[1] La marche du raisonnement est, à part l'hypothèse fondamentale, suggérée par la démonstration de W. PAULI dans le Volume jubilaire dédié à A. SOMMERFELD (Leipzig 1928).

[2] Mitt. der Naturforsch. Gesellsch. Bern, Neue Folge, 2. Bd. (1945), Sitzungsberichte der math. Vereinigung, p. XXXVII.

[3] Paraîtra aux Editions du Griffon, Neuchâtel.

## Penicillin-Inhalation

Nach den Angaben von FLEMING UND MITARBEITERN[1] wird mit gleicher Menge Penicillin nach subcutaner oder intramuskulärer Applikation eine längere Dauer wirksamer Konzentration im Blut erhalten, als nach intravenöser Zufuhr. Die Ursache dieser Differenz liegt in der rascheren Ausscheidung durch den Urin nach intravenöser Eingabe. Sofort nach intravenöser Zufuhr besteht eine relativ hohe Blutkonzentration; offenbar ist das Konzentrationsgefälle gegen das Ultrafiltrat in den Glomeruli dann so hoch, daß Penicillin als gut harnfähige Substanz in großen Mengen in das Ultrafiltrat übergeht. Die höchste, konstante, praktisch beliebig zu verlängernde Blutkonzentration ist mit intravenöser oder intrasternaler Dauerinfusion zu erreichen. — Die intravenöse Dauerinfusion hat Unannehmlichkeiten:

[1] Lancet S. 620 und 621 (11. Nov. 1944).